Panorama General

La probabilidad es el estudio de la oportunidad de que un evento ocurra conociendo las posibilidades. El término **"probabilidad"** es un término muy cotidiano, por ejemplo al encender por la mañana el televisor, los noticieros ofrecen una sección del estado del tiempo que no es otra cosa más que un pronóstico de cómo se comportará el día de acuerdo a los estudios o las observaciones hechas por un satélite. Otro caso es cuando las mujeres desean saber si están o no embarazadas, para ello compran una prueba de embarazo en la farmacia y ahí está presente la probabilidad, pues se indica con un alto grado de confiabilidad qué tan seguro es el resultado. Como estos ejemplos se pueden observar muchísimos más en la naturaleza o a tu alrededor.

Empecemos definiendo ciertos términos que nos serán de utilidad:

Una **variable aleatoria** es aquella (casi siempre representada por x) que tiene un solo valor numérico determinado por el azar para cada resultado de un procedimiento.

Una distribución de **probabilidad** es una distribución que indica la probabilidad de cada valor de la variable aleatoria. A menudo se expresa como gráfica, tabla o fórmula.

Ejemplo: Considera los vástagos de guisantes, cuyos progenitores tienen la combinación de genes para las vainas verdes/amarillas. En estas condiciones, la probabilidad de que el vástago tenga una vaina verde es ¾ o 0.75. Es decir P(verde) = 0.75. Si se obtienen cinco vástagos, y si

x = número de vástagos con vainas verdes en un total de cinco vástagos

Entonces x es una variable aleatoria porque su valor depende del azar.

x (número de guisantes con vainas verdes)	$P(x)$
0	0.001
1	0.015
2	0.088
3	0.264
4	0.396
5	0.237

La tabla es una distribución de probabilidad porque indica la probabilidad de cada valor de la variable aleatoria x.

En donde se observa que la variable aleatoria x (número de vástagos con vainas verdes) puede ser 0, 1, 2, 3, 4, 5 y la probabilidad se obtiene mediante la fórmula de la distribución binomial (esta ecuación se explica en un tema posterior).

P(x)= : $P(x) = \frac{n!}{(n-x)!x!} p^x q^{n-x}$

Donde sustituimos los valores de n = 5, x = 0, 1, 2, 3, 4, o 5, p = 0.75 y q = 0.25

x (número de guisantes con vainas verdes)	$P(x)$
0	$P(x) = \frac{5!}{(5-0)!0!} 0.75^0 0.25^{5-0}$ =0.001
1	$P(x) = \frac{5!}{(5-1)!1!} 0.75^1 0.25^{5-1} =$ 0.015
2	$P(x) = \frac{5!}{(5-2)!2!} 0.75^2 0.25^{5-2} =$ 0.088
3	$P(x) = \frac{5!}{(5-3)!3!} 0.75^3 0.25^{5-3} =$ 0.264
4	$P(x) = \frac{5!}{(5-4)!4!} 0.75^4 0.25^{5-4} =$ 0.396
5	$P(x) = \frac{5!}{(5-5)!5!} 0.75^5 0.25^{5-5} =$ 0.237

Una **variable aleatoria** discreta tiene un número finito de valores o número de valores contable, donde “contable” se refiere al hecho de que podría haber un número infinito de valores, pero que pueden asociarse con un proceso de conteo, de manera que el número de valores es 0 o 1 o 2 o 3 o etcétera.

Panorama General

Una **variable aleatoria** continua tiene un número infinito de valores, y esos valores pueden asociarse con mediciones en una escala continua, de manera que no existan huecos o interrupciones.

Los siguientes son ejemplos de variables aleatorias discretas y continuas:

1. Discreta. Sea x = número de huevos que una gallina pone al día. Esta es una variable aleatoria discreta porque sus únicos valores posibles son 0 o 1 o 2, etcétera. Ninguna gallina puede poner 2.343115 huevos, lo que sería posible si los datos provinieran de una escala continua.

2. Discreta. El conteo del número de estudiantes de estadística que asisten a una clase es un número entero y, por lo tanto, una variable aleatoria discreta. De igual forma, si tomáramos un contador de asistentes al cine, este es capaz de indicar únicamente un número finito de valores, por lo que se utiliza para obtener valores de una variable aleatoria discreta.

3. Continua. Sea x = la cantidad de leche que produce una vaca en un día. Esta es una variable aleatoria continua, ya que puede adoptar cualquier valor en un tramo continuo. En un solo día, una vaca produce una cantidad de leche cuyo valor puede ser cualquiera entre 0 y 5 galones. Es posible obtener 4.123456 galones, ya que la vaca no está restringida a las cantidades discretas de 0, 1, 2, 3, 4 o 5 galones.

4. Continua. La medida del voltaje de la batería de un detector de humo puede ser cualquier valor entre 0 y 9 volts. Por tanto, se trata de una variable aleatoria continua.

Toda distribución de probabilidad debe de satisfacer cada uno de los dos siguientes requisitos:

1)

$$\sum P(x)=1$$

Donde x asume todos los valores posibles. (La suma de todas las probabilidades debe de ser uno, pero valores como 0.9999 o 1.0001 son aceptables porque son el resultado de errores de redondeo).

2)

$$0 \leq P(x) \leq 1$$

Para cada valor individual de x. (Es decir, cada valor de probabilidad debe ubicarse entre 0 y 1, inclusive).

El primer requisito surge del hecho de que la variable aleatoria x representa todos los eventos posibles en el espacio muestral completo, de manera que tenemos la certeza (con probabilidad 1) de que uno de los eventos ocurrirá.

Ejemplo: según una encuesta realizada por Frank N. Magid Associates, los datos se muestran en la tabla.

Teléfonos celulares por familia	
x	P(x)
0	0.19
1	0.26
2	0.33
3	0.13

Donde se describen las probabilidades del número de teléfonos celulares en uso por familia. Detecta si la tabla anterior describe una distribución de probabilidad.

Para ser una distribución de probabilidad, P(x) debe de satisfacer los dos requisitos anteriores. Pero:

$$\sum P(x) = P(0)+P(1)+P(2)+P(3)$$

$$=0.19+0.26+0.33+0.13=0.91$$

Lo que demuestra que $\sum P(x) \neq 1$ y como no se satisface el primer requisito, concluimos que la tabla no describe una distribución de probabilidad.

Referencia:
Triola, M., 2004, Probabilidad y Estadística, Pearson Educación.