Prueba de Rango de Wilcoxon para dos Muestras Independientes

Esta lección describe la prueba de la suma de rangos de Wilcoxon que utiliza los rangos de los valores de dos conjuntos independientes de datos muestrales para probar la hipótesis nula de que las dos poblaciones tienen medianas iguales. La prueba de rangos con signo de Wilcoxon implica datos apareados, pero la prueba de suma de rangos de Wilcoxon de esta lección implica dos muestras independientes que no están relacionadas ni asociadas o apareadas.

Definición

La **prueba de la suma de rangos de Wilcoxon** es una prueba no paramétrica que utiliza rangos de datos muestrales de dos poblaciones independientes. Se utiliza para probar la hipótesis nula de que las dos muestras independientes provienen de poblaciones con medianas iguales. La hipótesis alternativa es la aseveración de que las dos poblaciones tienen medianas diferentes.

H0: Las dos muestras provienen de poblaciones con medianas iguales.

H1: Las dos muestras provienen de poblaciones con medianas diferentes.

La prueba de la suma de rangos de Wilcoxon es equivalente a la prueba U de Mann-Whitney. La idea fundamental que subyace en la prueba de la suma de rangos de Wilcoxon es la siguiente: si dos muestras se obtienen de poblaciones idénticas y los valores individuales se acomodan en rangos como un conjunto combinado de valores, entonces el rango alto y el bajo deberían caer de manera uniforme entre las dos muestras. Si los rangos bajos se encuentran predominantemente en una muestra y los rangos altos se encuentran predominantemente en la otra muestra, sospechamos que las dos poblaciones tienen medianas diferentes.

Prueba de Rango de Wilcoxon para dos Muestras Independientes

Requisitos

1. Hay dos muestras independientes de datos seleccionados al azar.

2. Cada una de las dos muestras tiene más de 10 valores (para muestras con 10 valores o menos, en libros de referencia están disponibles tablas especiales, como las CRC Standard Probability and Statistics Tables and Formulae, publicadas por CRC Press).

3. No existe el requisito de que las dos poblaciones tengan una distribución normal o cualquier otra distribución particular.

Notación

n1=tamaño de la muestra 1.

n2=tamaño de la muestra 2.

R1=suma de rangos de la muestra 1.

R2=suma de rangos de la muestra 2.

R= lo mismo que R1 (suma de rangos de la muestra 1).

μ_R=media de los valores muestrales R que se espera cuando las dos poblaciones tienen medianas iguales.

σ_R =desviación estándar de los valores muestrales R que se espera cuando las dos poblaciones tienen medianas iguales.

Prueba de Rango de Wilcoxon para dos Muestras Independientes

Estadístico de prueba

$$z = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R}$$

$$\mu_R = \frac{n_1(n_1 + n_2 + 1)}{2}$$

Donde

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{n_1 n_2 (n_1 + n_2 + 1)}{12}}$$

n1= tamaño de la muestra a partir de la cual se calcula la suma de rangos R.

n2=tamaño de la otra muestra.

R=suma de rangos de la muestra con tamaño n1.

Valores críticos: Los valores críticos pueden encontrarse en la tabla A-2 (Dar clic para poder visualizar a tabla) (puesto que el estadístico de prueba está basado en la distribución normal).

Procedimiento para calcular el valor del estadístico de prueba

1. Combine temporalmente las dos muestras en una muestra grande, entonces reemplace cada valor muestral por su rango. El valor más bajo toma un rango de 1, el siguiente valor más bajo toma un rango de 2, etcétera. Si los valores están empatados, asígneles la media de los rangos implicados en el empate.

2. Calcule la suma de los rangos de las dos muestras.

3. Calcule el valor del estadístico de prueba z, donde cualquier muestra puede utilizarse como la “muestra 1” (si ambos tamaños muestrales son mayores que 10, entonces la distribución muestral de R es aproximadamente normal, con media μ_R y desviación estándar σ_R, y el estadístico de prueba es como se mostró anteriormente).

EJEMPLO

En la tabla 3 se incluyen los valores muestrales del Indice de Masa Corporal de los hombres y las mujeres. Utilice un nivel de significancia de 0.05 para probar la aseveración de que la mediana del IMC de los hombres es igual a la mediana del IMC de las mujeres.

Tabla 1. Índice de masa corporal

Hombres	Mujeres
23.8 (11.5)	19.6 (2.5)
23.2 (9)	23.8 (11.5)
24.6 (14)	19.6 (2.5)
26.2 (17)	29.1 (22)
23.5 (10)	25.2 (15.5)
24.5 (13)	21.4 (5)
21.5 (6)	22.0 (7)
31.4 (24)	27.5 (19)
26.4 (18)	33.5 (25)
22.7 (8)	20.6 (4)
27.8 (20)	29.9 (23)
28.1 (21)	17.7 (1)
25.2 (15.5)	
n1=13 R1=187	n2=12 R2=138

Solución

La prueba de suma de rangos de Wilcoxon requiere de dos muestras independientes y aleatorias, cada una con más de 10 valores. Los datos muestrales son independientes y aleatorios, y los tamaños muestrales son 13 y 12. Los requisitos se satisfacen, así que procedemos con la prueba. Las hipótesis nula y alternativa son las siguientes:

$H0$: Los hombres y las mujeres tienen valores del IMC con medianas iguales.

$H1$: Los hombres y las mujeres tienen valores del IMC con medianas que no son iguales.

Acomode en rangos las 25 mediciones combinadas del IMC, comenzando con un rango de 1 (asignado al valor más bajo de 17.7). Los empates en los rangos se manejan como se describió anteriormente: calcule la media de los rangos implicados y asigne este rango medio a cada uno de los valores empatados. (Los valores segundo y tercero son ambos de 19.6, por lo que se asigna el rango de 2.5 a cada uno de estos valores. Los valores decimoprimero y decimosegundo son ambos de 23.8, por lo que se asigna el rango de 11.5 a cada uno de estos valores. Los valores decimoquinto y decimosexto son ambos de 25.2, y se asigna un rango de 15.5 a cada uno de ellos). En la tabla 3, los rangos correspondientes a los valores muestrales individuales se presentan entre paréntesis. R denota la suma de los rangos para la muestra que elegimos como muestra 1. Si elegimos los valores del IMC de los hombres, obtenemos:

$$R = 11.5 + 9 + 14 + \dots + 15.5 = 187$$

Puesto que existen 13 valores para los hombres, tenemos $n1 = 13$. Además, $n2 = 12$, ya que existen 12 valores para las mujeres. Ahora podemos determinar los valores de μ_R, σ_R y el estadístico de prueba z.

$$\mu_R = \frac{n_1(n_1+n_2+1)}{2} = \frac{13(13+12+1)}{2} = 169$$

$$\sigma_R = \sqrt{\frac{n_1 n_2(n_1+n_2+1)}{12}} = \sqrt{\frac{(13)(12)(13+12+1)}{12}} = 18.385$$

$$z = \frac{R-\mu_R}{\sigma_R} = \frac{187-169}{18.385} = 0.98$$

La prueba es de dos colas, puesto que un valor positivo grande de *z* indicaría que los rangos más altos se encuentran de forma desproporcionada en la muestra 1, y un valor negativo grande de *z* indicaría que la muestra 1 tuvo una parte desproporcionada de los rangos más bajos. En cualquier caso, tendríamos una fuerte evidencia en contra de la aseveración de que las dos muestras provienen de poblaciones con medianas iguales.

La significancia del estadístico de prueba *z* puede tratarse de la misma forma que anteriormente. Ahora estamos probando (con $\alpha = 0.05$) la hipótesis de que las dos poblaciones tienen medianas iguales, de manera que tenemos una prueba de dos colas con valores críticos *z* de 1.96 y -1.96. El estadístico de prueba de z=0.98 *no* cae dentro de la región crítica, por lo que no rechazamos la hipótesis nula de que los valores del IMC de hombres y mujeres tienen medianas iguales. Parece que los valores del IMC de hombres y mujeres son básicamente iguales.

Podemos verificar que, si intercambiamos los dos conjuntos de valores muestrales y consideramos que la muestra de los valores del IMC de las mujeres es la primera, R=138, μ_R =156, σ_R =18.385 y z =-0.98, así que la conclusión es exactamente la misma.

Referencia:

Triola, M., (2013). Estadística. Decimoprimera edición. Pearson educación. México

Apuntes de clase Estadística 2 FCFM Rivera Rosales Elsa Edith