Optimización no Lineal con Restricciones[1]

Hasta este momento, la optimización no lineal se ha enfocado en la optimización no restringida. Nuestro objetivo es optimizar una función objetivo sujeta a restricciones.

Las restricciones se pueden escribir en términos de igualdades y/o desigualdades matemáticas, como ya se ha descrito previamente.

Así pues, el modelo general de programación matemática se puede escribir como:

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{Max\, f(x_1, x_2, \dots, x_n)(funciv = n\ objetivo)}\\
&\boldsymbol{s.a.\, g_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = b_1}\\
&\boldsymbol{g_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = b_2}\\
&\vdots\ (\boldsymbol{m\ restriciones\ de\ igualdad})\\
&\boldsymbol{g_m(x_1, x_2, \dots, x_n) = b_m}\\
&\boldsymbol{h_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \le r_1}\\
&\boldsymbol{h_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \le r_2}\\
&\vdots\ (\boldsymbol{k\ restriciones\ de\ desigualdad})\\
&\boldsymbol{h_k(x_1, x_2, \dots, x_n) \le r_k}
\end{aligned}
$$

Igual que con el PL, podemos usar la geometría de dos dimensiones para captar mejor este problema. Por ejemplo, usemos el análisis gráfico para resolver este problema específico

$$
\begin{aligned}
&\boldsymbol{Max\ x_1 - x_2}\\
&\boldsymbol{s.a.} -\boldsymbol{x_1}^2 + \boldsymbol{x_2} \ge 1\\
&\boldsymbol{x_1} + \boldsymbol{x_2} \le 3\\
&-\boldsymbol{x_1} + \boldsymbol{x_2} \le 2\\
&\boldsymbol{x_1} \ge 0, \boldsymbol{x_2} \ge 0
\end{aligned}
$$

Observe que casi todo este modelo es lineal, excepto la primera restricción. Por tanto, el modelo anterior es una programación no lineal (PNL).

La región factible. A fin de usar el método gráfico para resolver este problema, procederemos como se hizo en programación lineal. Trazaremos primero el conjunto de puntos que satisfacen simultáneamente todas las restricciones. Igual que en el caso de la PL, esta serie de puntos se llama conjunto restringido o la región factible. Para encontrar una decisión permitida que maximice la función objetivo, buscamos el contorno "más ascendente" que todavía toque algún punto del conjunto restringido.

[1] Véase en Kamlesh & Solow.