Optimización no Restringida con dos o más Variables de Decisión[1]

Consideremos el caso con dos variables de decisión, $\boldsymbol{x}_1$ y $\boldsymbol{x}_2$. Así, consideramos una función $\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{x}_2)$. Para el caso de dos variables de decisión se usan las derivadas parciales del cálculo para describir óptimos locales o globales.

Usaremos la notación $\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{x}_i}$para la primera derivada parcial, $\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{x}_i \boldsymbol{x}_i}$ para la segunda derivada parcial, y así sucesivamente. Cualquier punto en el que todas las primeras derivadas parciales se anulen se conoce como punto estacionario.

En un punto máximo o mínimo local, ambas derivadas parciales deben ser iguales a cero (esto es, $\boldsymbol{f}_{\boldsymbol{x}_1} = \boldsymbol{f}_{\boldsymbol{x}_2}$=0). Es decir, un punto máximo local o punto mínimo local siempre es un punto estacionario.

Sin embargo, no todos los puntos estacionarios proporcionan máximos y mínimos. Podemos aplicar lo que se conoce como la "condición suficiente de segundo orden" (lo cual implica que intervienen las segundas derivadas), que es algo más complicada que la condición necesaria.

Así, como en el caso de una variable, se puede aplicar una prueba de primer orden (primera derivada) y de segundo orden (donde intervienen segundas derivadas) para localizar óptimos locales sin restricciones para funciones con más de una variables.

Para una función diferenciable de $\boldsymbol{n}$ variables, cada punto óptimo local es un punto estacionario. Si se desea garantizar que un punto estacionario sea un punto máximo o mínimo local, será necesario aplicar la segunda derivada.

Si bien es cierto que estas condiciones de optimización tienen interés teórico, su relevancia práctica es limitada. Las razones de esto son:

1. Hacer que las primeras derivadas parciales sean igual a cero produce un sistema de ecuaciones de n ecuaciones con n incógnitas. A menos que este sistema sea lineal, no será fácil encontrar soluciones.
2. Las condiciones de suficiencia de segundo orden son complicadas, pues requieren la evaluación de determinantes de algunos elementos de la matriz de segundas derivadas parciales.

[1] Véase en Taha, Hamdy.