

Regla General de Factorización de un Trinomio

Para la factorización de un trinomio existen diversas posibilidades: la expresión sea trinomio cuadrado perfecto o sean trinomios factorizables, que no son cuadrados perfectos. Analicemos los dos casos:

TRINOMIOS CUADRADOS PERFECTOS

En su expresión, se observa que dos de los términos son cuadrados perfectos y positivos; y el término intermedio es el doble producto de la raíz cuadrada de los otros dos. Ejemplo:

$$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$$

Observa, si el término del centro (el término del doble producto) es positivo, entonces el trinomio es el cuadrado de la suma de las dos raíces cuadradas y, análogamente, si el término del centro (el término del doble producto) es negativo, entonces el trinomio es el cuadrado de la diferencia de las dos raíces cuadradas.

Por ejemplo, si se tiene el trinomio $16x^2 - 40x + 25$, la factorización será:

$$\text{Raíz cuadrada del primer término: } \sqrt{16x^2} = 4x$$

$$\text{Raíz cuadrada del segundo término: } \sqrt{25} = 5$$

Para encontrar el segundo término, el cual es el doble producto de las dos raíces cuadradas, se tiene que:

$$-2(4x)(5) = -40x$$

Regla General de Factorización de un Trinomio

Por lo tanto, la forma de este trinomio es el cuadrado de la diferencia de un binomio $(4x - 5)^2$, teniendo que la factorización del trinomio es:

$$16x^2 - 40x + 25 = (4x - 5)^2 = (4x - 5)(4x - 5)$$

TRINOMIOS FACTORIZABLES QUE NO SON CUADRADOS PERFECTOS

Analicemos el trinomio de la forma $px^2 + qxy + ry^2$; si logramos encontrar números tales que se pueda factorizar el trinomio de la forma:

$$px^2 + qxy + ry^2 = (ax + by)(cx + dy)$$

Donde $p = ac$, $r = bd$ y $q = ad + bc$. Esto es, se necesitan dos números (a y c), los cuales multiplicados resulten p y otros dos números (b y d) que resulten r , pero que a su vez estos den como resultado q .

Veamos un ejemplo para entender más claramente este método de factorización.

$$\begin{array}{r} a^2 + 4a + 4 \\ \left. \begin{array}{l} (a \quad +2) \rightarrow 2a \\ (a \quad +2) \rightarrow 2a \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Sumar las dos expresiones} \\ \text{para que el resultado sea el} \\ \text{término} \\ \text{del centro del trinomio} \end{array} \\ \hline 4a \\ \hline \end{array}$$

Regla General de Factorización de un Trinomio

Se tiene la siguiente explicación. Necesitamos dos números, los cuales multiplicados nos den como resultado a^2 ; éstos son a por a ; a su vez, se necesitan dos números los cuales multiplicados den por resultado 4; éstos son 2 por 2. Recuerda, para el producto debes de considerar los signos del trinomio original. Y para tener el término $4a$ se debe de cumplir que la suma de los productos de los términos $2a$ más $2a$ dé como resultado $4a$, el cual es el término del centro del trinomio original. Por tanto, la factorización quedará expresada de la siguiente manera:

$$a^2 + 4a + 4 = (a + 2)(a + 2)$$

Referencia:

Rivera Rosales, Elsa Edith, 18 de septiembre de 2013, Regla general de factorización de un trinomio, Universidad Autónoma de Coahuila, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas.