Desigualdades Lineales

Una desigualdad es una expresión donde se indica que una cantidad es mayor o menor a otra. Por su parte, una desigualdad lineal es tal que el máximo exponente o grado de la variable involucrado en la expresión es la unidad.

La solución de una desigualdad lineal es semejante al proceso de solución para una igualdad; el cambio se da en que, ahora, en lugar de emplear propiedades para la igualdad utilizaremos propiedades de orden.

Veamos ciertas propiedades de las desigualdades:

Cuando se suma a ambos lados de la desigualdad la misma cantidad, da como resultado una desigualdad equivalente, es decir:

$x < y$ es equivalente a $x + a < y + a$

$x > y$ es equivalente a $x + a > y + a$

En cambio, cuando se multiplica ambos lados de la desigualdad, se debe tener cuidado en el signo de la cantidad que multiplica; se distinguen dos casos:

Si $a > 0$ se tiene $x < y \leftrightarrow xa < ya$

$x > y \leftrightarrow xa > ya$

Pero si $a < 0$ se tiene $x < y \leftrightarrow xa > ya$

$x > y \leftrightarrow xa < ya$

Desigualdades Lineales

Observando, cuando se multiplican ambos miembros de la desigualdad por una cantidad negativa, se invierte el sentido de la desigualdad; esto es, se cambia de $>$ (mayor que) por un $<$ (menor que).

Recordemos un poco el procedimiento para hacer un despeje de una ecuación lineal, para luego extender este concepto a las desigualdades lineales. Cuando se desea resolver una ecuación con una sola incógnita, debes de tener cuidado en juntar (o asociar) todas las variables de un mismo lado de la ecuación y los términos independientes (o constantes) del otro lado del igual; se debe tener en cuenta que:

> Cuando una cantidad está sumando, pasa del otro lado de la igualdad restando.
>
> Cuando una cantidad está restando, pasa del otro lado de la igualdad sumando.
>
> Cuando una cantidad está multiplicando, pasa del otro lado de la igualdad dividiendo.
>
> Cuando una cantidad está dividiendo, pasa del otro lado de la igualdad multiplicando.

Ahora bien, las características aplicadas para hacer un despeje se heredan para las desigualdades; solamente debes de considerar una regla fundamental: cuando se está multiplicando una cantidad negativa y quieres despejarla de la desigualdad, esta cantidad altera o cambia el signo de la desigualdad.

Desigualdades Lineales

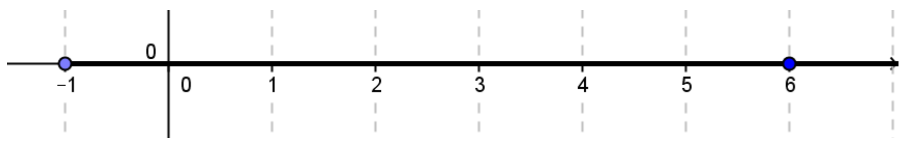
Analicemos el siguiente ejemplo $\frac{3x+7}{4} < x + 2$; primero debemos de tener las variables del lado izquierdo de la desigualdad y los términos independientes del lado derecho; entonces:

$$\frac{3x+7}{4} < x + 2$$
$$3x + 7 < 4(x + 2)$$
$$3x + 7 < 4x + 8$$
$$3x - 4x < 8 - 7$$
$$-x < 1$$

Observe, se tiene un factor de $(-1)x$; como está multiplicando, pasaría dividiendo del otro lado de la desigualdad, pero por ser de signo negativo, se cambia el sentido de la desigualdad, pasando de un "menor que" a un "mayor que", esto es:

$$x > -1$$

En consecuencia, la solución de la desigualdad son todos los números reales que sean mayores a -1; en la recta real, se observa cómo todos los valores son mayores que -1.



Desigualdades Lineales

Consideremos otro ejemplo, donde en una desigualdad está involucrada una fracción $\frac{3}{5x-6} > \frac{7}{8-9x}$; la solución se obtiene con el mismo procedimiento que el ejemplo anterior:

$$\frac{3}{5x-6} > \frac{7}{8-9x}$$
$$3(8-9x) > 7(5x-6)$$
$$24-27x > 35x-42$$
$$-27x-35x > -42-24$$
$$-62x > -66$$

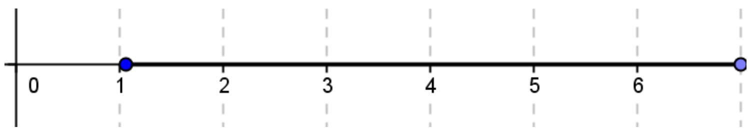
Aquí se hace uso de la regla de la desigualdad: cuando el factor que está multiplicando es un numero negativo, se invierte el sentido de la desigualdad.

$$x < \frac{-66}{-62}$$
$$x < \frac{66}{62}$$

Simplificando la fracción

$$x < \frac{33}{31}$$

Por lo tanto, la solución a la desigualdad $\frac{3}{5x-6} > \frac{7}{8-9x}$ son todas las x menores que $\frac{33}{31} = 1.06$.



Desigualdades Lineales

Para saber interpretar los intervalos, se debe considerar la siguiente explicación, pues existen intervalos abiertos, semi-abiertos y cerrados:

Intervalo	Tipo de intervalo	Explicación
$(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$	Abierto	No considera los valores de los extremos a ni b, sólo los valores que están dentro del intervalo
$(\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$	Semi-abierto	No considera al extremo a, pero si considera al extremo b
$[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b})$	Semi-abierto	Considera al extremo a, pero no considera al extremo b
$[\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}]$	Cerrado	Considera a todos los valores contenidos en el intervalo, incluyendo sus valores extremos del intervalo; en este tipo de intervalos los valores a y b sí están considerados

Referencia:

(Rivera Rosales, 2013) Desigualdades lineales, Universidad Autónoma de Coahuila, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas.