

Introducción y Tipos

Una matriz es un arreglo de números; éste puede ser rectangular o cuadrado. A los números que están dentro de la matriz se les denomina elementos; las matrices generalmente se expresan con letras mayúsculas, por ejemplo, sea

la matriz $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 & 9 \\ 4 & 7 & 12 \\ 6 & -2 & -1 \end{bmatrix}$. La matriz A se compone de 9 elementos, siendo la matriz A una matriz cuadrada de dimensión 3×3 .

En general, dado un sistema de ecuaciones de m ecuaciones con n incógnitas, se tiene:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \cdots + a_{3n}x_n = b_3$$

⋮

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m$$

Se tiene como representación matricial

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}; x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}; b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix}$$

La cual representa una forma compacta o sintética de todo el sistema de ecuaciones del cual proviene, pues su escritura es más accesible; entonces, el sistema queda representado como $Ax = b$.

Introducción y Tipos

Recuerda, el nombre de la matriz estará indicado por la letra del alfabeto la cual se le asigne. A los elementos que están dentro de la matriz, se les asigna la notación a_{ij} , donde i representa la fila y j representa la columna.

Las filas son los elementos situados de forma horizontal, mientras las columnas son los elementos situados en forma vertical.

La diagonal principal de las matrices cuadradas se obtiene situándonos en la esquina superior izquierda, hasta la esquina inferior derecha de la matriz. Cabe mencionar, las matrices cuadradas son las únicas de las que se puede hablar de su diagonal principal.

Los **tipos de matrices**, de acuerdo a los elementos que la conforman, son:

Matriz nula

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Es tal que todos los elementos de la matriz son ceros.

Introducción y Tipos

Matriz identidad

Sea $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ una matriz identidad; es una matriz cuadrada donde se tienen igual número de filas (ecuaciones) e igual número de columnas (variables), y en su diagonal todos los componentes son uno, fuera de la diagonal todos sus elementos son cero.

Matriz rectangular

Una matriz rectangular es cuando se tienen más variables que ecuaciones o viceversa; por ejemplo, una matriz rectangular de orden 2×3 es $\begin{bmatrix} -9 & 8 & 5 \\ 4 & 6 & 2 \end{bmatrix}$ donde se tienen 2 ecuaciones (o filas) y 3 variables (o columnas). Generalmente, se indica la dimensión de las matrices, indicando primero el número de filas y después el número de columnas.

Matriz transpuesta

Dada una matriz cuadrada, se dice que su transpuesta es cambiando cada fila por columna o viceversa, cada columna a fila; usualmente se denota a la matriz transpuesta como A^T

Sea $A = \begin{bmatrix} 2 & 9 & 8 \\ 6 & 4 & 3 \\ -5 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ la transpuesta de la matriz es $A^T = \begin{bmatrix} 2 & 6 & -5 \\ 9 & 4 & 2 \\ 8 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, donde cada fila fue cambiada a ocupar el lugar de una columna, o viceversa.

Introducción y Tipos

Matriz simétrica

Una matriz es simétrica cuando los elementos se reflejan a través de la diagonal principal

$A = \begin{bmatrix} 2 & 9 & -5 \\ 9 & 4 & 3 \\ -5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$ Al obtener la matriz simétrica, se vuelve a obtener la matriz original $\begin{bmatrix} 2 & 9 & -5 \\ 9 & 4 & 3 \\ -5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$, este tipo de matrices cumple la propiedad de que $A = A^T$

Matriz antisimétrica

Es una matriz cuadrada de orden, en general $n \times n$, donde se cumple que los elementos los cuales están en la diagonal principal, son ceros y los elementos $a_{ij} = -a_{ji}$; veamos un ejemplo de este tipo de matrices:

$$\begin{bmatrix} 0 & 8 & -4 \\ -8 & 0 & 9 \\ 4 & -9 & 0 \end{bmatrix}$$

Matriz triangular superior

Es aquella donde todos los elementos por debajo de la diagonal principal son ceros. Un ejemplo de este tipo de matrices es:

$$\begin{bmatrix} 5 & 9 & 12 \\ 0 & 15 & 8 \\ 0 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

Introducción y Tipos

Matriz triangular inferior

Es aquella donde todos los elementos por arriba de la diagonal principal son ceros. Un ejemplo de este tipo de matrices es:

$$\begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 2 & 15 & 0 \\ -9 & 6 & 9 \end{bmatrix}$$