

Determinar Requerimientos de Inventarios Basados en Modelos Matemáticos

¿Qué tanto debe ordenarse cuando se renueva el inventario? ¿Cuándo se debe renovar el inventario?

Casi todo negocio utiliza alguna clase de modelo o sistema de manejo de inventarios para responder las preguntas precedentes. Hewlett-Packard, junto con sus minoristas determina estrategias de renovación de sus inventarios de impresoras y otros productos HP. IBM desarrolló políticas de manejo de inventarios de varias piezas microelectrónicas utilizadas en sus plantas y que también vende a varios clientes externos. El MC en Acción, "Manejo de Inventarios en CVS Corporation", describe un sistema de inventario utilizado para determinar cantidades de pedido en la industria farmacéutica. El propósito de esta lectura es mostrar cómo los modelos cuantitativos pueden ayudar en la toma de decisiones de cuánto y cuándo ordenar. Primero se consideran modelos de inventario determinísticos en los cuales suponemos que el grado de demanda del artículo es constante o casi constante. Más adelante se consideran modelos de inventario probabilísticos en los que la demanda del artículo fluctúa y puede describirse en términos probabilísticos.

Modelo de Cantidad Económica del Pedido (EOQ)

El modelo de cantidad económica del pedido es pertinente cuando la demanda de un artículo muestra una tasa, constante o casi constante, y cuando toda la cantidad solicitada llega al inventario en un momento dado. El supuesto de tasa de demanda constante significa que el mismo número de unidades se toma del inventario cada determinado tiempo, tal como 5 unidades cada día, 25 unidades cada semana, 100 unidades cada cuatro semanas, etcétera.

La decisión de cuánto ordenar implica seleccionar una cantidad que constituya un compromiso entre 1) mantener inventarios pequeños y ordenar con frecuencia, y 2) mantener inventarios grandes y ordenar de vez en cuando. La primera alternativa produce costos de pedido indeseablemente altos, en tanto que la segunda produce costos de retención indeseablemente altos. Para determinar un compromiso óptimo entre estas alternativas de control, considere un modelo matemático que expresa el costo total como la suma del costo de retención y el costo de ordenar.

Determinar Requerimientos de Inventarios Basados en Modelos Matemáticos

Los costos de retención son los costos asociados con el mantenimiento de un nivel de inventario determinado; estos costos dependen del tamaño del inventario. El primer costo de retención es el costo de financiar la inversión del inventario. Cuando una empresa pide dinero prestado, incurre en un cargo de interés. Si la empresa utiliza su dinero, experimenta un costo de oportunidad asociado con el no poder utilizar el dinero para otras inversiones. En uno u otro caso, existe un costo de interés por el capital empleado en el inventario. Este costo de capital en general se expresa como un porcentaje de la suma invertida.

El siguiente paso en el análisis del inventario es determinar el costo de ordenar. Este costo, considerado fijo sin importar la cantidad solicitada, cubre la preparación de la factura, el procesamiento del pedido incluido el pago, porte de correos, teléfono, transporte, verificación de la factura, recibo, etc. El costo de retención, el costo de ordenar y la información sobre la demanda son los tres datos que deben conocerse antes de utilizar el modelo EOQ.

Comenzamos por definir Q como la cantidad solicitada. Por tanto, la decisión de cuánto ordenar implica determinar que el valor de Q reduzca al mínimo la suma de los costos de retención y pedido. Es importante notar que un inventario promedio de $1/2Q$ para el cada período entre pedidos de inventario debe parecer razonable porque el inventario máximo es Q , el mínimo es cero, y el inventario declina a una tasa constante durante el periodo.

El costo de retención se calcula con ayuda del inventario promedio. Es decir, calculamos el costo al multiplicar el inventario promedio por el costo de guardar una unidad en el inventario durante el periodo establecido. El periodo seleccionado para el modelo depende de usted; podría ser una semana, un mes, un año, o más. Sin embargo, como el costo de retención para muchas industrias y negocios se expresa como un porcentaje anual, la mayoría de los modelos de inventario se desarrollan con base en un costo anual.

Sean:

I = tasa de costo de retención anual (expresada como porcentaje)

C = costo unitario del artículo de inventario

C_h = costo anual de mantener una unidad en el inventario

Determinar Requerimientos de Inventarios Basados en Modelos Matemáticos

El costo anual de mantener una unidad en el inventario es $Ch = IC$

La ecuación general del costo de retención anual de un inventario promedio de $1/2Q$ unidades es la siguiente:

Costo de retención anual = (Inventario anual)*(Costo de retención anual por unidad)

Costo de retención anual = $1/2QCh$

Para completar el modelo de costo total, ahora debemos incluir el costo de ordenar. El objetivo es expresar el costo anual del pedido en función de la cantidad solicitada Q . La primera pregunta es, ¿cuántos pedidos se colocarán durante el año? Sea D la demanda anual del producto.

Sabemos que solicitando Q unidades cada vez que hacemos un pedido, tendremos que hacer D/Q pedidos por año. Si Co es el costo de colocar un pedido, la ecuación general del costo anual de ordenar es:

Costo anual de ordenar = (Número de pedidos por año)*(Costo por pedido)

= $(D/Q)*Co$

Por tanto, el costo anual total, denotado TC , se expresa como sigue:

Costo anual total = Costo de retención + Costo anual de ordenar

$TC = (1/2QCh) + ((D/Q)*Co)$

El desarrollo del modelo de costo total se adentra en la solución del problema del inventario. Ahora podemos expresar el costo anual total como una función de cuánto deberá ordenarse. El desarrollo de un modelo de costo total realista es quizá la parte más importante de la aplicación de modelos cuantitativos en la toma de decisiones relacionadas con inventarios. La ecuación para TC es la de costo total general en situaciones de inventario en las cuales los supuestos del modelo de cantidad económica del pedido son válidas.

Determinar Requerimientos de Inventarios Basados en Modelos Matemáticos

Decisión de cuánto ordenar:

El siguiente paso es determinar la cantidad de pedido Q que reduzca al mínimo el costo anual total para una organización. La cantidad de pedido de costo total mínimo está indicada por un tamaño de pedido de Q . Utilizando cálculo diferencial, se puede demostrar que el valor de Q que reduce al mínimo el costo anual total está dado por la fórmula:

$$Q = \sqrt{(2 \cdot D \cdot C_o) / C_h}$$

Esta fórmula se conoce como la fórmula de la cantidad económica del pedido (EOQ).

Decisión de cuándo ordenar:

Ahora que sabemos cuánto ordenar, deseamos abordar la pregunta de cuándo ordenar. Para responderla, tenemos que introducir el concepto de posición del inventario, que se define como la cantidad del inventario disponible más la cantidad del inventario pedida. La decisión de cuándo ordenar se expresa en función de un punto de reorden la posición del inventario en la cual se debe colocar un nuevo pedido. En terminología de inventario, el periodo de entrega se conoce como tiempo de espera de un nuevo pedido y la demanda anticipada de inventario durante este periodo se conoce como demanda de tiempo de espera.

En el caso de sistemas de inventario basados en el supuesto de tasa de demanda constante y un tiempo de espera fijo, el punto de reorden es el mismo que la demanda de tiempo de espera. Para estos sistemas, la expresión general para el punto de reorden es como sigue:

$$r = dm$$

Donde:

r = punto de reorden

d = demanda por día

m = tiempo de espera de un pedido nuevo en días

Determinar Requerimientos de Inventarios Basados en Modelos Matemáticos

Ahora se puede responder la pregunta de qué tan frecuentemente se colocará el pedido. El periodo entre pedidos se conoce como tiempo de ciclo. Previamente definimos D/Q como el número de pedidos que se colocará en un año. Por tanto, D/Q es el número de pedidos que una organización colocará cada año. Dependiendo de los días hábiles al año de la empresa, se dividen los días hábiles entre el número de pedidos que se realizarán en un año, así se obtiene el tiempo de ciclo del inventario. La expresión general para un tiempo de ciclo de T días es:

$$T = \text{días hábiles} * (D/Q)$$

Para utilizar la cantidad de pedido óptima y el modelo de punto de reorden descritos en esta sección, un analista debe suponer cómo opera el sistema de inventario. El modelo EOQ, junto con su fórmula de cantidad económica del pedido, está basado en algunos supuestos específicos sobre el sistema de inventario de una organización. A continuación se resumen los supuestos para este modelo. Antes de utilizar la fórmula EOQ, revise con cuidado estos supuestos para asegurarse de que son apropiados para el sistema de inventario que se analiza.

Supuestos del modelo EOQ:

1. La demanda es determinística y ocurre a una tasa constante.
2. La cantidad Q es la misma para cada pedido. El nivel de inventario se incrementa en Q unidades cada vez que se recibe un pedido.
3. El costo por pedido, C_o , es constante y no depende de la cantidad solicitada.
4. El costo de compra por unidad, C , es constante y no depende de la cantidad solicitada.
5. El costo de retención del inventario por unidad por lapso de tiempo, C_h , es constante. El costo de retención total del inventario depende tanto de C_h como del tamaño del inventario.
6. No se permiten faltantes tales como inexistencias o pedidos en espera o pendientes.
7. El tiempo de espera de un pedido es constante.
8. La posición del inventario se revisa continuamente. Por consiguiente, se coloca un pedido en cuanto la posición del inventario alcanza el punto de reorden.

Determinar Requerimientos de Inventarios Basados en Modelos Matemáticos

Modelo de tamaño del lote de producción económico

El modelo de inventario presentado en esta sección es similar al modelo EOQ en que intentamos determinar cuánto y cuándo se deberá ordenar. Una vez más suponemos una tasa de demanda constante. Sin embargo, en lugar de suponer que el pedido llega en un envío de tamaño Q , como en el modelo EOQ, suponemos que se suministran unidades al inventario a una tasa constante durante varios días o varias semanas. El supuesto de tasa de suministro constante implica que el mismo número de unidades se suministra al inventario cada periodo de tiempo (por ejemplo, 10 unidades cada día o 50 unidades cada semana).

Este modelo está diseñado para situaciones de producción en las cuales, una vez que se hace un pedido, la producción y un número constante de unidades se agrega al inventario cada día hasta que la fase de producción se ha completado. Si el sistema de producción produce 50 unidades por día y decidimos programar 10 días de producción, tenemos un tamaño de lote de producción de $50(10) = 500$ unidades. El tamaño de lote es el número de unidades en un pedido. En general, si Q indica el tamaño del lote de producción, la forma de tomar decisiones de inventario es similar al modelo EOQ; es decir, construimos un modelo de costo de ordenar y mantener que exprese el costo total en función del tamaño del lote de producción. Por tanto intentamos determinar el tamaño del lote de producción que reduzca al mínimo el costo total. Otra condición que debemos mencionar en este momento es que el modelo se aplica solo a situaciones en las que la tasa de producción es mayor que la de demanda; el sistema de producción debe ser capaz de satisfacerla. Por ejemplo, si la tasa de demanda constante es de 400 unidades por día, la tasa de producción debe ser por lo menos de 400 unidades por día para satisfacerla.

Durante la fase de producción, la demanda reduce el inventario, mientras que la producción lo incrementa. Como suponemos que la tasa de producción excede la tasa de demanda, cada día durante una fase de producción fabricamos más unidades que las demandadas. Por tanto, el exceso de producción incrementa de forma gradual el inventario durante el periodo de producción. Cuando la fase de producción se completa, la demanda continua reduce el inventario de forma gradual hasta que se inicia una nueva fase de producción. Como en el modelo EOQ, los costos que ahora nos ocupan son el costo de retener y el costo de ordenar.

Determinar Requerimientos de Inventarios Basados en Modelos Matemáticos

En este caso, el costo de retener es idéntico al definido en el modelo EOQ, pero la interpretación del costo de ordenar es un poco diferente. En realidad, en una situación de producción el costo de ordenar se denomina más correctamente como costo de preparación de la producción. Este costo, el cual incluye los costos de mano de obra, de material y de la producción perdida, incurridos mientras se prepara el sistema de producción para que opere, es un costo fijo que ocurre durante cada fase de producción sin importar el tamaño del lote de producción.

Tamaño del lote de producción económico:

Dadas las estimaciones del costo de retención (Ch), el costo de preparación (Co), la tasa de demanda anual (D) y la tasa de producción anual (P), por medio de un método de prueba y error podríamos calcular el costo anual total de varios tamaños de lote de producción (Q). Sin embargo, esto no es necesario; podemos utilizar la fórmula de costo mínimo para Q desarrollada por medio de cálculo diferencial. La ecuación es la siguiente:

$$Q = \sqrt{\frac{2 * D * Co}{(1 - D/P) * Ch}}$$

En donde Q para problemas de producción, representa el tamaño óptimo del lote a producir, a diferencia de en los problemas de inventario de abastecimiento usando el método EOQ, en donde Q representa el tamaño ideal del lote a ordenar para abastecer la producción.

Si se combinan estos dos métodos para obtener el lote más barato para abastecer la producción, así como el método de lote más barato para producir, se pueden abaratar en gran medida los costos de producción de una organización (Anderson, et al, 2011, fragmentos).