

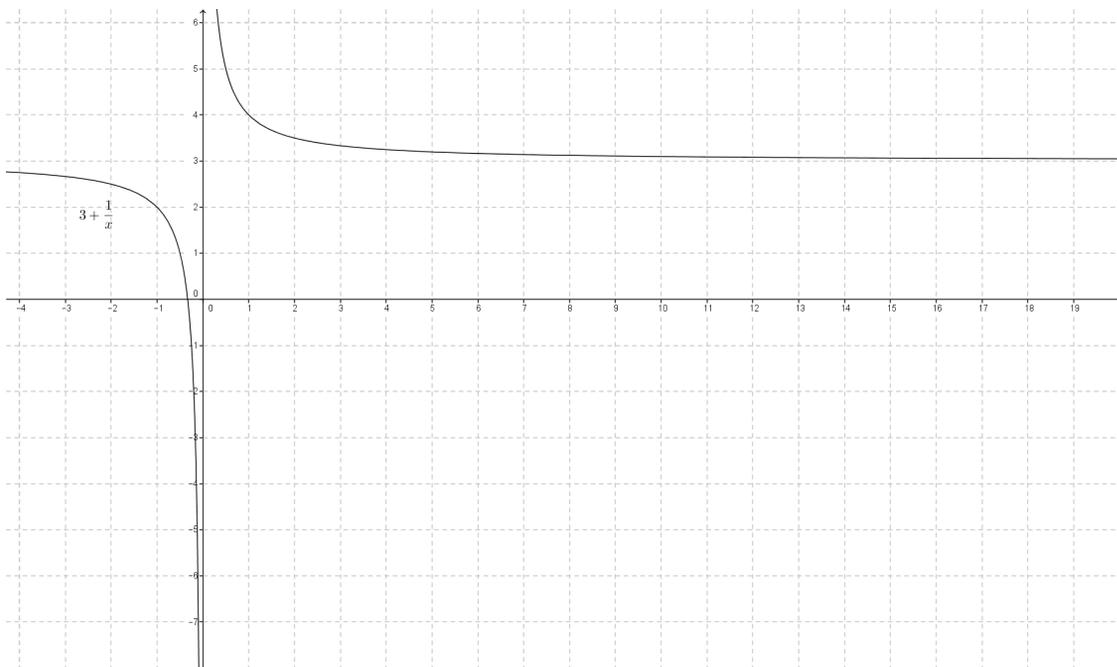
# Límites al Infinito

**Definición:** El límite cuando  $x$  tiende a infinito, se expresa por:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = L$$

Lo cual significa que  $f(x)$  puede acercarse arbitrariamente a  $L$ , escogiendo a  $x$  lo suficientemente grande.

Veamos esto con un ejemplo, considere la gráfica de la función  $3 + \frac{1}{x}$



Al darle valores a  $x$  suficientemente grandes, observemos el comportamiento de la curva

$x$	$f(x)$
100	3.01
1000	3.001
10000	3.0001
100000	3.00001

# Límites al Infinito

Entonces, al calcular el límite cuando la  $x$  tiende a infinito, se tiene

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( 3 + \frac{1}{x} \right) = 3$$

Se dice entonces que el límite de  $f(x)$  cuando  $x$  tiende a infinito es 3.

Para calcular ciertos límites, es importante conocer el siguiente teorema:

**Teorema 10:** Sean  $k$  un número racional positivo y  $c$  un número real arbitrario. Entonces:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{c}{x^k} = 0$$

Y

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{c}{x^k} = 0$$

Siempre y cuando  $x^k$  esté definido.

Veamos cómo es el manejo de los límites al infinito, analizando el siguiente límite

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{x^2 + 9}$$

Ahora bien, dividimos tanto el numerador como el denominador por el máximo exponente de la variable, en este caso  $x^2$ .

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x}{x^2 + 9} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{4x}{x^2}}{\frac{x^2}{x^2} + \frac{9}{x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{4}{x}}{1 + \frac{9}{x^2}} = \frac{\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x}}{\lim_{x \rightarrow \infty} 1 + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9}{x^2}} = \frac{0}{1 + 0} = \frac{0}{1} = 0$$

**Referencia:**

Rivera Rosales, Elsa Edith, 24 de marzo de 2014, Límites al infinito, Universidad Autónoma de Coahuila, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas.