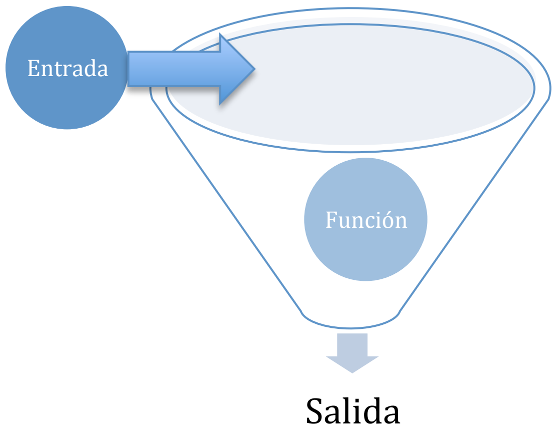
Variables y Funciones

En matemáticas una *variable* es un término fundamental, pues a partir de dar valores a las variables se obtienen funciones, puntos, resultados, en general, la mayoría de los conceptos de matemáticas tienen que ver con variables. Más aún, graficar una función significa que se le darán diferentes valores a la variable, para obtener el valor de la función.

Definición variable: Es toda cantidad que puede tomar distintos valores en determinado intervalo o rango.

Definición función: Es una regla de correspondencia que asigna a cada valor de un conjunto (dominio) un *único* elemento en el segundo conjunto (codominio o imagen)

El siguiente diagrama nos da la noción intuitiva de una función:

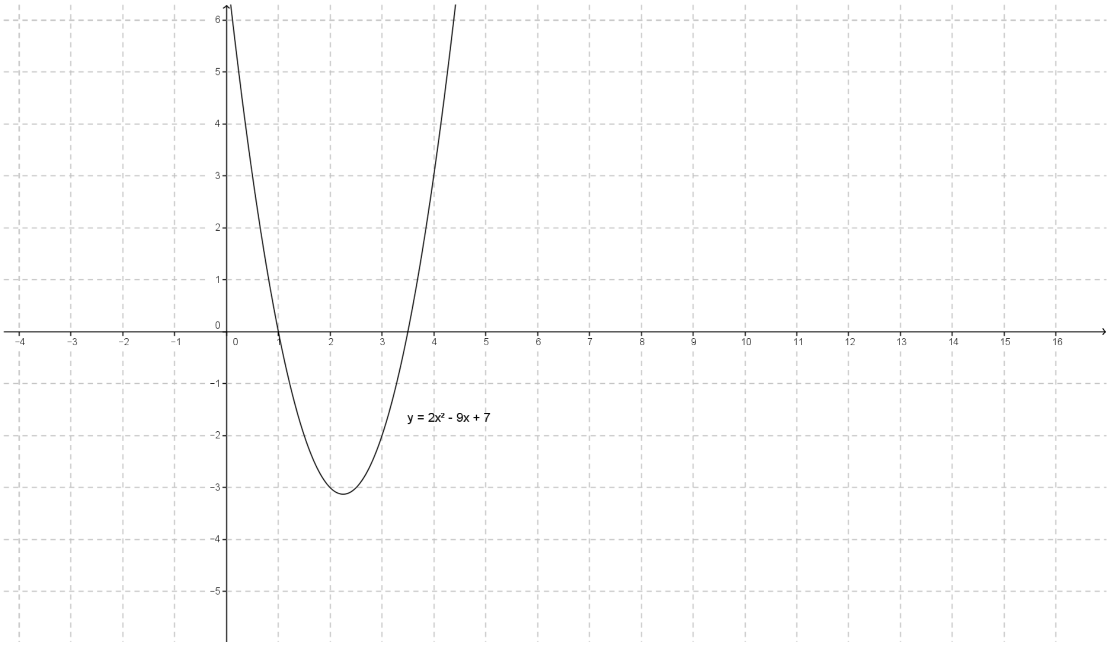


Variables y Funciones

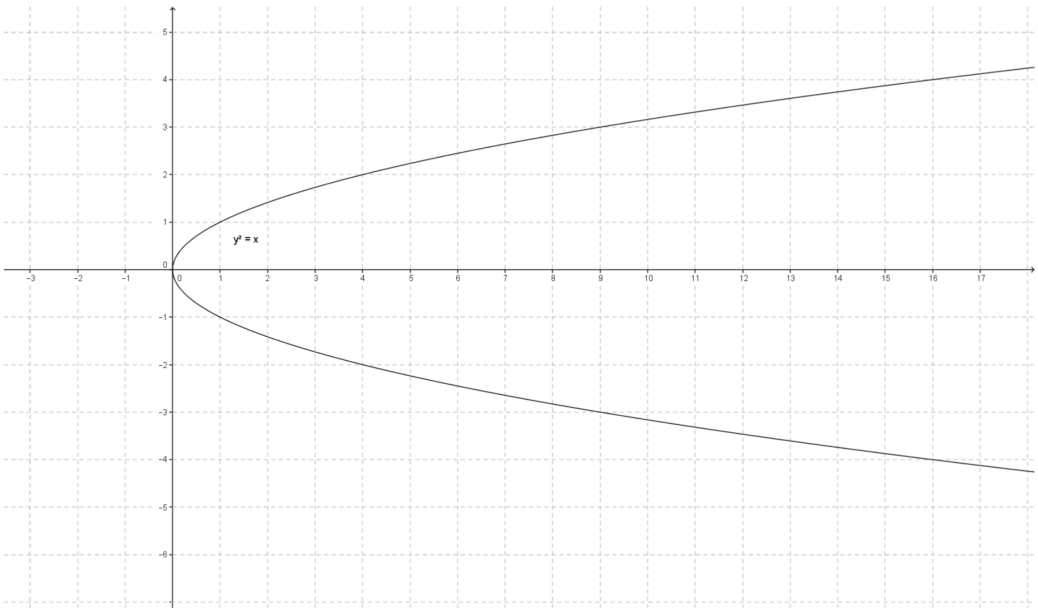
Para graficar una función en el plano cartesiano, se asignarán de forma arbitraria los valores que tomará la variable x, y se procederá a evaluar dicho valor en la función. Por ejemplo, al graficar la función $y = 2x^2 - 9x + 7$ se procede a tabular los valores para la x y obtener el resultado para la y.

x	$f(x) = y = 2x^2 - 9x + 7$
-4	75
-3	52
-2	33
-1	18
0	7
1	0
2	-3
3	-2
4	3

Los puntos obtenidos de la evaluación, se ubican en el plano cartesiano y se genera la gráfica de la función $y = 2x^2 - 9x + 7$ que se muestra en la figura:



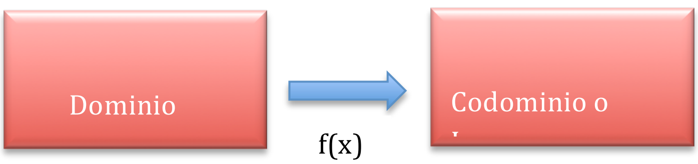
Consideremos la función $y^2 = x$, a simple vista podemos confundirnos y asegurar que y es una función, pero veamos su gráfica para saber si es o no función de acuerdo a la definición:



Observando la gráfica se tiene que, para un solo valor de la x, se le asignan dos valores en y, por lo que no satisface la definición de función, nota que:

x	$y^2 = x$
1	-1
	1
2	$\sqrt{2}$
	$-\sqrt{2}$

Asimismo se observa que el dominio de la función son todos los reales positivos y el contradominio son todos los reales.



El **dominio** son todos los posibles valores que puede tomar el conjunto A o, dicho de otra manera, son todos los valores que se le pueden dar a x en la función.

El **contradominio (imagen)** son todos los valores asignados a $y = f(x)$, cuando x toma todos los posibles valores en su dominio.

Por ejemplo:

A cada libro en una biblioteca le corresponde un número de páginas.

A cada ciudadano se le asigna una clave única de registro de población.

A cada ser humano le corresponde un tipo de sangre, una misma persona no puede tener a la vez dos tipos de sangre.

Un caso particular del ejemplo visto anteriormente es $f(x) = \sqrt{x}$; esto es, a cada valor que tome x se le va a asignar solamente un valor $f(x)$.

El dominio de la función es $[0,\ \infty)$

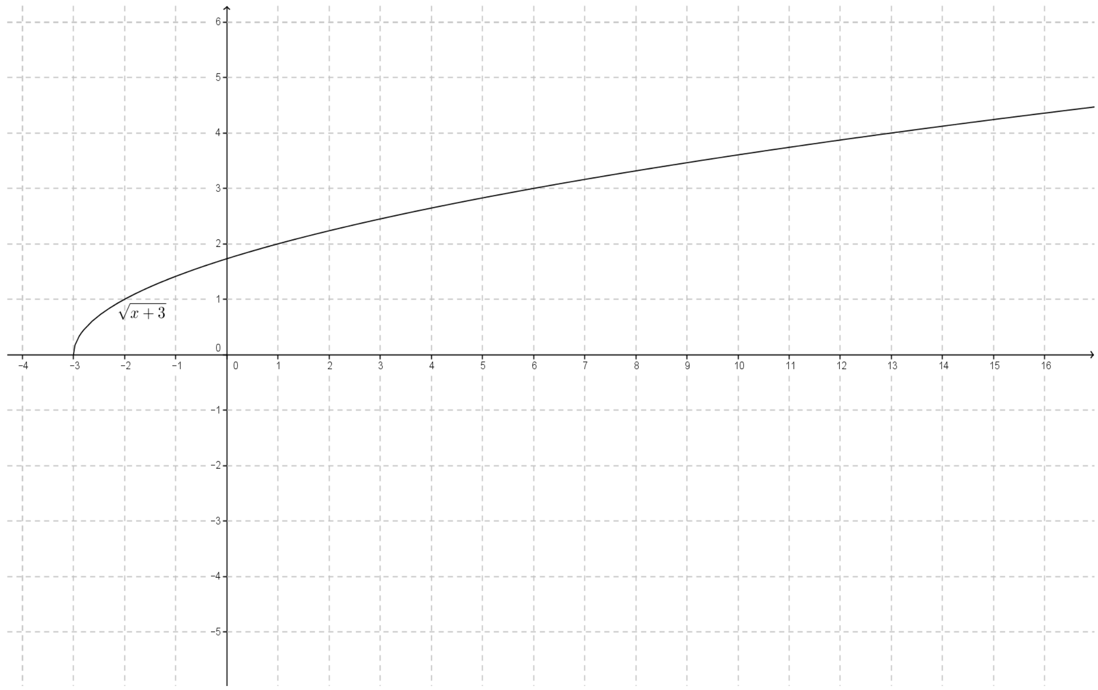
El rango de la función es $[0,\ \infty)$

Para encontrar el dominio de una función, se procede a analizar los siguientes casos:

1. Cuando la función se trata de una raíz, se debe de tener cuidado en dónde está definida esa raíz, esto es verificar que pertenezca a los números reales.
   Por ejemplo, sea $f(x) = \sqrt{x+3}$

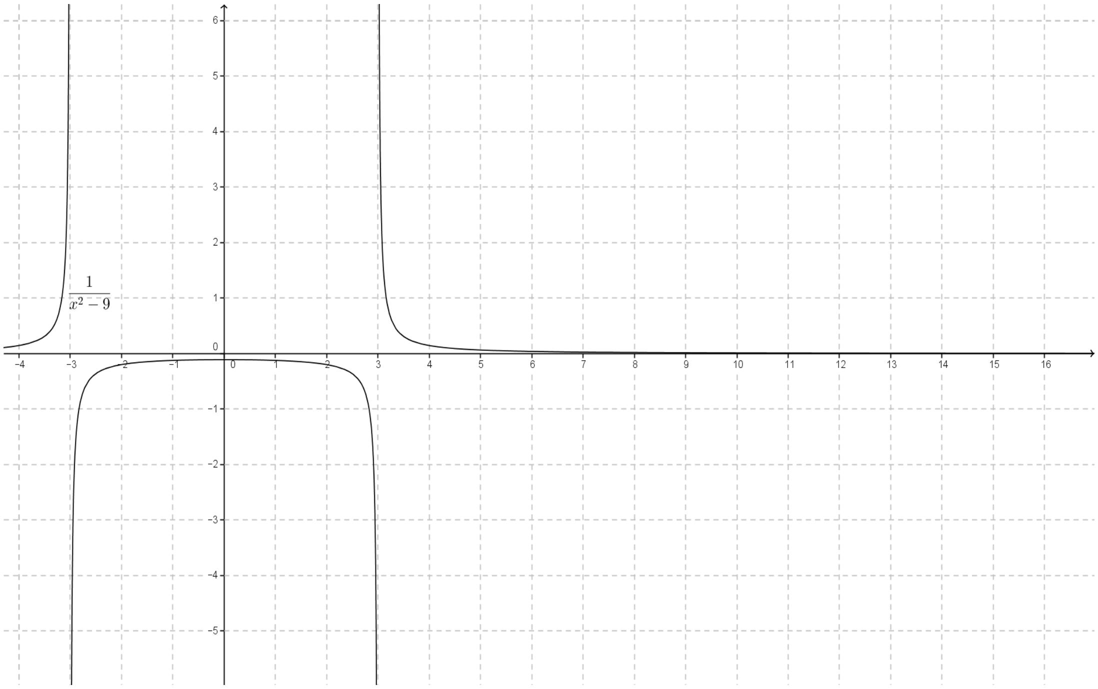
   Como la raíz cuadrada de un número negativo no está definida, al menos en los reales, es necesario que $x + 3 \geq 0 \rightarrow x \geq -3$; en consecuencia, el dominio de la función es $Dom\ f = [-3, \infty)$.

Lo cual se puede observar fácilmente en la siguiente gráfica:



2. Cuando la función se trata de un cociente, debemos de poner especial atención en excluir del dominio los puntos o intervalos donde el denominador se anule, pues la división no estaría bien definida.
   Por ejemplo: $f(x) = \frac{1}{x^2-9}$; factorizando el denominador como una diferencia de cuadrados, se tiene su factorización como $(x+3)(x-3)$, en donde, si expresamos $(x+3)(x-3) = 0$, tenemos dos opciones:
   $(x+3) = 0 \rightarrow x = -3$
   $(x-3) = 0 \rightarrow x = 3$

Estos valores se deben de excluir del dominio de la función; entonces, el $Dom\, f = R\backslash\{-3, 3\}$, el cual se lee: el dominio de la función f son todos los reales excepto el -3 y 3. Observemos el comportamiento de la gráfica para entender el sentido del dominio de una función:



Referencia:
Elaborado por Rivera Rosales, Elsa Edith, 25 de marzo de 2014, Variables y funciones, Universidad Autónoma de Coahuila, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas.