

Derivación y Funciones Algebraicas

En esta sección analizaremos las fórmulas generales que simplifican el cálculo de una derivada. En la primera sección de la unidad revisamos la manera formal de obtener una derivada mediante el uso de límites, cabe destacar que cuando la función es más “elaborada” la obtención de la derivada mediante el uso de límites tarda un poco más que si se obtiene mediante el uso de fórmulas que simplifiquen los cálculos, por este motivo a continuación se exponen algunas de las fórmulas para obtener derivadas de funciones algebraicas.

Fórmula 1. $D_x(c) = 0$, donde c es constante

Ejemplo 1:

Considera la función $f(x) = 6$, obtén su derivada $f'(x) = 0$.

Fórmula 2. $D_x(x) = 1$

Ejemplo 2:

Sea la función $f(x) = 3x$, al obtener su derivada se tiene que $f'(x) = 3(1) = 3$.

Fórmula 3. Si n es un entero positivo, entonces: $D_x(x^n) = nx^{n-1}$, esta fórmula se conoce como la regla de la potencia.

Ejemplo 3:

Si la función $f(x) = x^5$, obtén la derivada, $f'(x) = 5x^{5-1} = 5x^4$

Fórmula 4. $D_x(cf(x)) = c D_x[f(x)]$

Ejemplo 4:

Sea $f(x) = 5x^3$, obtén su derivada $f'(x) = 5(3x^2) = 15x^2$

Derivación y Funciones Algebraicas

Fórmula 5. $D_x[f(x) + g(x)] = D_x[f(x)] + D_x[g(x)]$

Ejemplo 5:

Consideremos la función $f(x) = x^3 + 4x^2$ y $g(x) = \frac{1}{5}x^7 + 8$, encuentra mediante la fórmula 5, la derivada cada una de las funciones es: $f'(x) = 3x^2 + 8x$ y $g'(x) = \frac{1}{5}(7x^6) + 0 = \frac{7}{5}x^6$, ahora bien la derivada de la suma de las funciones es $D_x[f(x) + g(x)] = 3x^2 + 8x + \frac{7}{5}x^6$

Fórmula 6. $D_x[f(x) - g(x)] = D_x[f(x)] - D_x[g(x)]$

Ejemplo 6:

Sea la función $f(x) = \frac{2}{3}x^5 + \sqrt{x}$ y sea $g(x) = x^{\frac{1}{3}}$, empleando la fórmula 6 obtén la derivada de la diferencia, primero calculamos la derivadas de cada una de las funciones, las cuales son: $f'(x) = \frac{2}{3}(5x^4) + \frac{1}{2}x^{\frac{1}{2}-1} = \frac{10}{3}x^4 + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}} = \frac{10}{3}x^4 + \frac{1}{2x^{\frac{1}{2}}} = \frac{10}{3}x^4 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ y la derivada de la función g es $g'(x) = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$; ahora obtenemos la resta $D_x[f(x) - g(x)] = \frac{10}{3}x^4 + \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$.

Fórmula 7. $D_x[f(x)g(x)] = f(x)D_x[g(x)] + g(x)D_x[f(x)]$, esta fórmula se conoce como la regla del producto.

Ejemplo 7:

Sean las funciones $f(x) = 5x^4 + 2x^3$ y sea $g(x) = 10x + x^4$, obtén la derivada del producto de las funciones, entonces $D_x[f(x)g(x)] = (5x^4 + 2x^3)(10 + 4x^3) + (10x + x^4)(20x^3 + 6x^2)$

Derivación y Funciones Algebraicas

Fórmula 8. $D_x \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{g(x)D_x[f(x)] - f(x)D_x[g(x)]}{[g(x)]^2}$, esta fórmula se conoce como la regla del cociente, siempre y cuando $g(x) \neq 0$.

Ejemplo 8:

Considera la función racional $\frac{8x^7+3x}{2-6x^4}$, obtén la derivada de dicha función mediante el uso de la fórmula del cociente; $D_x = \frac{(2-6x^4)[56x^6+3] - (8x^7+3x)[-24x^3]}{[2-6x^4]^2} = -\frac{72x^{10}-56x^6-27x^4-3}{2(3x^4-1)^2}$

Es importante mencionar que estas fórmulas no son las únicas, existen derivadas de funciones exponenciales y logarítmicas, entre otras; que se verán en la siguiente unidad.

Referencia:

Rivera Rosales, Elsa Edith, 07 de abril de 2014, Derivación y funciones algebraicas, Universidad Autónoma de Coahuila, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas.