

Máximos y Mínimos

Los valores extremos de la función también se llaman *máximo absoluto* y *mínimo absoluto* que son el valor más grande y el menor que puede alcanzar la función f en un intervalo. Los máximos y mínimos absolutos son importantes por lo que se definen a continuación.

Definición: Sea c un número en el dominio de una función f

1) $f(c)$ es un **máximo local** de f si existe un intervalo abierto (a, b) que contiene a c tal que $f(x) \leq f(c)$ para todo x en (a, b)

2) $f(c)$ es un **mínimo local** de f si existe un intervalo abierto (a, b) que contiene a c tal que $f(x) \geq f(c)$ para todo x en (a, b)

Cabe mencionar que la palabra “local” se refiere a que es un máximo o mínimo sólo en cierta región del plano o en cierto intervalo. Como observación algunas veces también se utilizará el nombre de máximos y mínimos relativos en lugar de locales.

A continuación se presentan varios resultados importantes para los máximos y mínimos:

- Si una función f tiene un máximo local o un mínimo local en un número c de un intervalo abierto, entonces $f'(c) = 0$ o bien $f'(c)$ no existe.
- Si $f'(c)$ existe y $f'(c) \neq 0$, entonces $f(c)$ no es ni un máximo local ni un mínimo local de la función f
- Si una función f es continua en un intervalo cerrado $[a, b]$ y alcanza su máximo o su mínimo en un número c del intervalo abierto (a, b) , entonces $f'(c) = 0$ o bien $f'(c)$ no existe

Cuando la derivada de la función no existe, o es cero, se aplica un nombre especial a este valor, a continuación se explica.

Definición: Un número c en el dominio de una función f se llama número crítico de f si $f'(c) = 0$ o bien $f'(c)$ no exista.

Los resultados anteriores indican que si la función f es continua y en el intervalo $[a, b]$, entonces el máximo y mínimo absolutos se alcanzan en un número crítico de la función, o bien en los extremos del intervalo.

Máximos y Mínimos

Para esto existen varias posibilidades que se ilustran en las siguientes figuras:

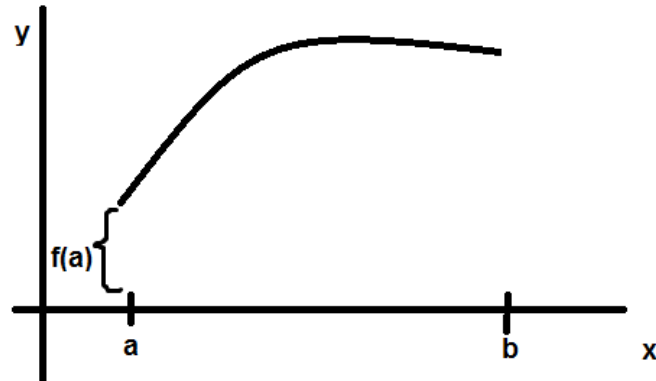


Figura 1. Mínimo absoluto $f(a)$

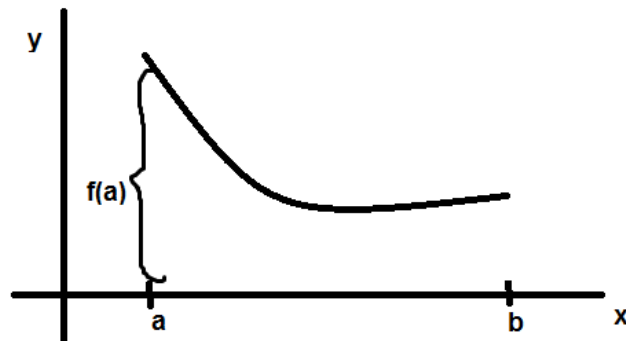


Figura 2. Máximo absoluto $f(a)$

Máximos y Mínimos

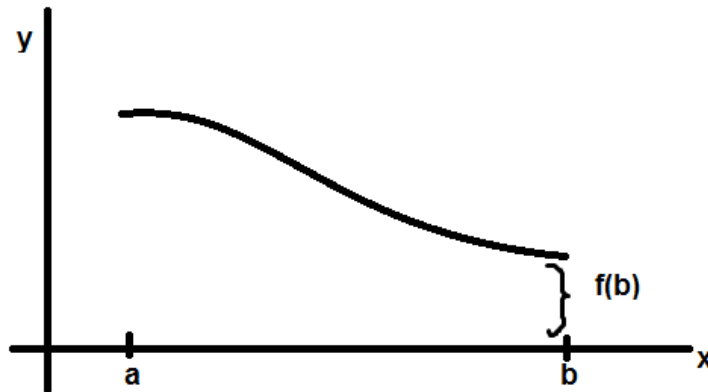


Figura 3. Mínimo absoluto de $f(b)$

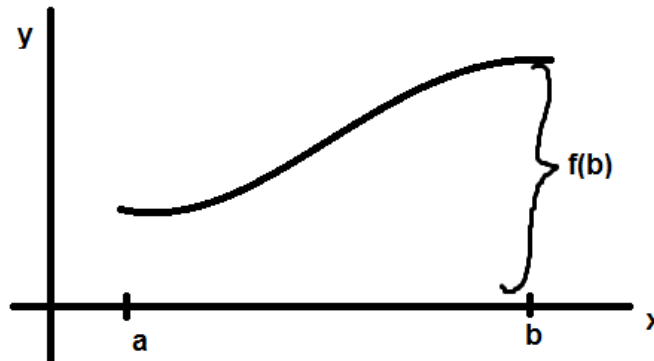


Figura 4. Máximo absoluto de $f(b)$

Apoyado en lo anterior se presenta una guía para determinar el máximo y el mínimo absolutos de una función f en un intervalo cerrado $[a, b]$.

1. Hay que encontrar todos los números críticos de f .
2. Calcular $f(c)$ para cada número crítico c
3. Calcular $f(a)$ y $f(b)$

Máximos y Mínimos

4. El máximo y el mínimo absolutos de f en $[a, b]$ son, respectivamente, el mayor y el menor de los valores de la función determinados en los pasos 2 y 3.

Veamos un ejemplo: consideremos la función $f(x) = x^3 - 12x$, y obtengamos su máximo y mínimos absolutos en el intervalo cerrado $[-3, -5]$

Referencia:

Rivera Rosales, Elsa Edith, 04 de junio de 2014, Máximos y mínimos, Universidad Autónoma de Coahuila, Facultad de Ciencias Físico Matemáticas.